

# 柠檬酸发酵过程的动力学

侯文华 王建龙\* 周定

(哈尔滨工业大学 哈尔滨 150001)

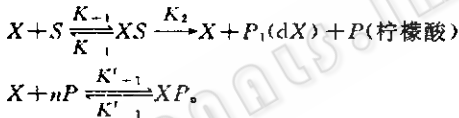
发酵动力学是微生物培养过程研究中的一个重要部分,它让人们从理论和定量的角度了解和分析微生物的培养过程,是过程设计和控制的基础。

柠檬酸发酵过程的动力学,Chemiel<sup>(1)</sup>、Kristiansen<sup>(2)</sup>、Khan<sup>(3)</sup>、Rohr<sup>(4)</sup>、Vaija<sup>(5)</sup>等曾作过研究。本文在考察前人工作的基础上,结合实验研究,进行如下探索。

## 1 动力学模型的建立

### 1.1 微生物生长模型

在柠檬酸发酵过程中,微生物首先表现为一个快速生长期,接着开始产酸,生长减慢,表现为一个慢速生长,快速产酸期。据此,假设在这一过程中微生物的生长受代谢产物的抑制,并假定其抑制模式为:



式中:  $X$  表示微生物细胞,  $S$  为基质,  $P$  为产物,  $XS$  为  $X$  与  $S$  的复合物,  $P_1$  为微生物的瞬时增加量,  $K_{-1}$ 、 $K_{-1}$ 、 $K'_{-1}$ 、 $K'_{-1}$ 、 $K_2$  均为反应速率常数,  $n$  为反应计量系数。

假定  $X$ 、 $S$  与  $XS$ ,  $X$ 、 $P$  与  $XP_n$  为快速平衡过程,由此推得:

$$\mu = \frac{\mu_m S}{K_s (1 + P^n / K_p) + S}$$

上式即为存在产物抑制的微生物生长模型。其中  $K_s = \frac{K_{-1}}{K_{-1}}$ , 为反应速率常数,  $K_p = \frac{K'_{-1}}{K'_{-1}}$ , 为抑制反应速率常数,  $\mu$  为比生长速率,  $\mu_m$  为最大比生长速率,它是微生物和培养温度的函数,  $n$  为待定系数。

### 1.2 产物形成模型

柠檬酸属 Gaden I 型发酵,它的形成可用 Luedeking-Piret 模型表示。Kristiansen<sup>(2)</sup>、Rohr<sup>(4)</sup>和 Vaija<sup>(5)</sup>在研究中也采用了这一模型。

$$\frac{dP}{dt} = \alpha\mu X + \beta X$$

式中  $\alpha$ 、 $\beta$  为比例常数。

但是,从上式分析可以看到,当  $S=0$  时,  $\mu=0$ ,即微生物在没有基质时生长会停止。而此时,

$$\frac{dP}{dt} = \alpha\mu X + \beta X = \beta X \neq 0$$

当基质为零时,微生物仍以一恒定的速率 ( $\beta X$ ) 持续生成产物  $P$ ,这是不符合实际过程的。

基质  $S$  一部分用于微生物的生长和维持,一部分用于产物  $P$  的形成。 $P$  的形成一方面受  $X$  的限制,

\* 联系人,现通信地址:清华大学环境工程系,邮编 100084。  
本文于 1993 年 8 月 22 日收到。

同时还受  $S$  的影响。当  $S$  足够大时,  $P$  的生成仅与微生物有关, 而与  $S$  无关; 但当  $S$  较小时,  $P$  的生成将受到  $S$  的限制。假定这种限制具有如下形式:

$$[S / (K_{sp} + S)]^m$$

对上述模型修正如下:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \mu X + \beta \left( \frac{S}{K_{sp} + S} \right)^m X$$

式中,  $m$  为一待定常数,  $K_{sp}$  为基质  $S$  限制产物  $P$  形成的速率常数。

当  $S=0$  时,  $\frac{dP}{dt}=0$ , 与实际发酵过程相一致。

### 1.3 基质消耗模型

基质  $S$  一部分消耗于微生物的生长和维持, 一部分用于形成产物  $P$ , 于是有:

$$-\frac{dS}{dt} = K_s \frac{dX}{dt} + m'X + K_p \frac{dP}{dt}$$

由柠檬酸发酵过程机理, 可以假定  $m'=0$ , 用以上的  $\frac{dX}{dt}$ 、 $\frac{dP}{dt}$  代入上式, 即得:

$$-\frac{dS}{dt} = (K_s + K_p \alpha) \mu X + K_p \beta \left( \frac{S}{K_{sp} + S} \right)^m X$$

令  $\alpha' = K_s + K_p \alpha$ ,  $\beta' = K_p \beta$  并代入得:

$$-\frac{dS}{dt} = \alpha' \mu X + \beta' \left( \frac{S}{K_{sp} + S} \right)^m X$$

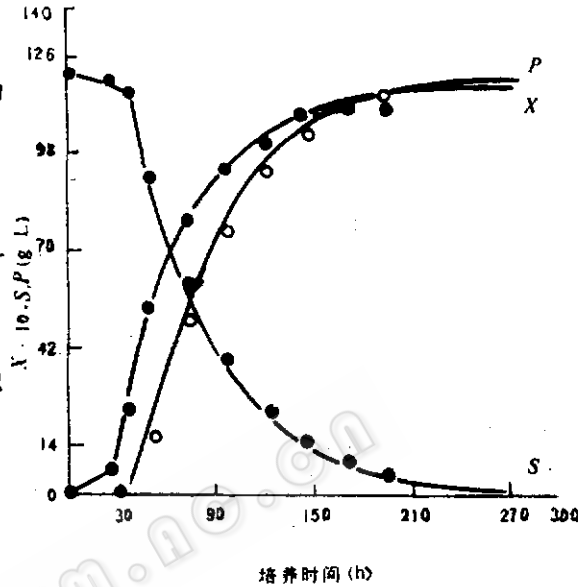


图 1  $X$ 、 $S$ 、 $P$  随培养时间的变化曲线

## 2 动力学参数的确定和模型验证

### 2.1 动力学参数的确定

模型中  $m$ 、 $n$  由实验结果作图观察确定为  $m=2$ ,  $n=\frac{1}{2}$ 。

柠檬酸发酵动力学研究的实验条件及使用装置参见文献 [6], 其实验结果如表 1。

表 1 柠檬酸发酵实验结果

$t$ (天)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$X$ (g/L)	0.0	0.60	5.282	7.694	9.122	9.938	10.474	10.944	11.134
$G$ (g/L)	0.0	0.0	15.6	50.8	75.0	92.2	103.0	109.6	113.6
$S$ (g/L)	121.0	119.2	90.2	60.8	39.0	23.2	16.0	10.3	6.2

根据表 1 的结果, 采用广义最小二乘法估计模型中的动力学参数, 结果如表 2。

表 2 模型参数的估计结果

参数	$\mu_m$ ( $h^{-1}$ )	$K_s$ (g/L)	$K_p$ (g/L)	$K_{sp}$ (g/L)	$\alpha$	$\beta$	$\alpha'$	$\beta'$
估计值	0.150	11.76	0.10	13.9	13.1	0.025	10.3	0.029

### 2.2 模型的验证

利用所估计的参数, 对模型进行仿真, 结果如图 1 所示。

图中, 三组点是实验值, 三条曲线是模拟计算曲线。

图 1 的结果表明, 模型能较好地描述实验过程。

## 3 结 论

本文讨论了带产物抑制的微生物生长过程和 Luedeking-Piret 模型在低基质浓度时的不足, 结合实

验研究, 提出了柠檬酸发酵过程的动力学模型。仿真结果表明, 模型能较好地描述实际过程。

### 参 考 文 献

- [1] Chemiel A *et al.*: *Acta Microbiol*, 1975, 7: 237—245.
- [2] Kristiansen B *et al.*: *Biotechnol Bioeng*, 1979, 21: 297—315.
- [3] Khan A H *et al.*: *J Ferment Technol*, 1973, 51: 734—741.
- [4] Rohr M *et al.*: *Biotechnol Bioeng*, 1981, 23: 2422—2431.
- [5] Vajja J *et al.*: *J Mol Catal*, 1986, 38 (3): 237—253.
- [6] 侯文华等: 哈尔滨工业大学学报, 1992, 24 (6): 85—90.

## Kinetics for Citric Acid Fermentation

Hou Wenhua Wang Jianlong Zhou Ding

(*Harbin Institute of Technology, Harbin 150001*)

**Abstract** The kinetics of citric acid fermentation was presented on the experimental phenomena, and a modified Luedeking-Piret model to describe product formation on low substrate concentration was proposed. The parameters were evaluated by generalized least square (GLS) method and the model was verified by computer simulation, which gives a good description for the course of citric acid fermentation.

**Key words** Citric acid, citric acid fermentation, fermentation kinetics